Invited paper

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ РОСТА ЭНЕРГИИ ПРИ РЕЗОНАНСНОМ УСКОРЕНИИ СЛАБО РЕЛЯТИВИСТСКИХ ЭЛЕКТРОНОВ

Румен Шкевов¹, Николай Ерохин^{2, 3}, Владимир Лозников², Надежда Зольникова², Людмила Михайловская²

¹Институт космических исследований и технологий – Болгарская академия наук ² Институт космических исследований Российской академии наук ³Российский университет дружбы народов – Москва, Россия e-mail: shkevov@space.bas.bg, nerokhin@mx.iki.rssi.ru

Ключевые слова: резонансное ускорение, космическая плазма, пакет электромагнитных волн, фаза волны, захват частицы.

Аннотация: Представлено теоретическое исследование роста энергии при резонансном ускорении слабо релятивистских электронов в серфотронном механизме на основе численного моделирования. Проведенный анализ основан на точном решении нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений второго порядка для фазы волнового пакета на траектории частицы для несущей частоты. Расчеты проведены для одного положения частицы, позиционированной в центре волнового пакета и для двух наборов исходных параметров дифференциального уравнения. При расчетах электроны принято считать слаборелятивистскими, как по фазовой скорости волнового пакета, так и по начальной энергии частицы. Изучен рост энергии частиц после сильного серфотронного ускорения пакетом электромагнитных волн. Результаты моделирования рассматривают начальное время захвата частиц, максимальную длительность ускорения, рост энергии, скорость роста энергии и релятивистский фактор частиц, которые представлены в таблицах и рисунках. Полученные максимальные значения окончательных энергий, после сильного ускорения, сравниваются с исходными. Сделаны выводы о возможности захвата частиц, скорости роста энергии, оценках полученных энергий и других параметрах ускорения частиц.

NUMERICAL INVESTIGATION OF ENERGY GAIN AT RESONANCE ACCELERATION OF LOW RELATIVISTIC ELECTRONS

Rumen Shkevov¹, Nikolay Erokhin^{2, 3}, Vladimir Loznikov², Nadezhda Zolnikova², Ludmila Mikhailovskaya²

¹Space Research and Technology Institute – Bulgarian Academy of Sciences, ²Space Research Institute – Russian Academy of Sciences, ³Peoples' Friendship University of Russia e-mail: shkevov@space.bas.bg, nerokhin@mx.iki.rssi.ru

Key words: resonance acceleration, space plasmas, electromagnetic wave packet, wave phase, particle trapping.

Abstract: A theoretical investigation by numerical simulation of energy gain at resonance acceleration of low relativistic electrons is presented. The conducted analysis is based on the exact solution of second order nonlinear nonstationary differential equations for the wave packet phase on the particle's trajectory. The calculations are completed for particle position in the center of the wave packet and for two sets of initial parameters. Both the phase speed of the wave packet and the initial particle energy are assumed to be low. Particle's energy gain after strong surfatron acceleration by an electromagnetic wave packet is studied. The simulations results about particles initial time capturing, maximum acceleration period, energy growth rate and particle's relativistic factor are presented in tables and figures. The final maximal energies after strong acceleration are compared with the initial ones. Conclusions about particle's capture possibility, energy growth rate, estimates of gained energies and other particle's acceleration parameters are made.

Введение

Исследование ускорения заряженных частиц одна из актуальных задач фундаментальных научных исследовании. Полученные результаты применимы во многих научных областях таких как физика естественной и синтетической плазмы, в астрономии и астрофизике, анализе работы ускорителей частиц и исследованиях в различных областях космической науки. Это связано с тем, что сильное ускорение зарядов электромагнитными волнами и в частности серфотронное ускорение, рассматривавшееся ранее в [1-4], а также в работах [5-13], является одним из механизмов генерации потоков ультрарелятивистских частиц в природе. Рассматриваемый процесс относится к разряду резонансных процессов взаимодействия между электромагнитными волнами и заряженными частицами при которых наблюдается относительно большой прирост энергии частицы. Одно из основных требований для реализа-ции этого класса взаимодействии это необходимость выполнения условия Черенковского резонанса. Для корректной оценки количества и максимальной энергии ускоренных частиц, их энергетических спектров, характерного размера области ускорения требуется детальный анализ условий захвата заряженных частиц в режим резонансного ускорения. В настоящем докладе на базе численных расчетов проанализированы благоприятные (для захвата заряженных частиц в режим ультрарелятивистского ускорения) фазы волны и скорости слабо релятивистских заряженных частиц, а также эффективность их ускорения при взаимодействии с пространственно локализованными волновыми пакетами. На основе численных расчетов и точного решения нелинейных нестационарных уравнений второго порядка для фазы волны на траектории частицы рассмотрены захват слаборелятивистских электронов и их сильное серфотронное ускорение пакетом электромагнитных волн, распространяющимся поперек слабого внешнего магнитного поля Н о в космической плазме. Численные расчеты реализованы для двух наборов начальных параметров дифференциальных уравнении, соответствующих слаборелятивистским энергиям электронов. Результаты расчетов, представлены в таблицах и графическом виде, показали, что диапазоны значений фаз, благоприятных для захвата электронов в режим сильного серфотронного ускорения, оказались достаточно широкими, а энергия частицы после сильного ускорения увеличивается на несколько порядков величины.

Теоретическое обоснование и основные уравнения

Рассмотрим ускорение слаборелятивистских электронов электромагнитной волной р-поляризации с плавной лоренцовской огибающей ее амплитуды, распространяющейся вдоль оси х в магнитоактивной плазме поперек слабого внешнего магнитного поля H_0 , которое направлено вдоль оси z [5-13]. Рассмотрим случай когда частота волны ω близка к частоте верхнего гибридного резонанса, но отличается от нее и при выполнении следующего условия $\omega_{He} / \omega = u < 1$, где ω_{He} циклотронная частота нерелятивистских электронов плазмы.

Полагаем, что фазовая скорость волны $v_{ph} = \omega / k$ меньше скорости света в вакууме и возможен черенковский резонанс с ускоряемыми частицами. Согласно ранее проведенным расчетам, задачу по исследованию сильного ускорение электронов можно упростить пренебрегая вихревыми компонентами волновых полей E_{y} , H_z потому что их влияние на результат расчетов несущественен. В этом случае электрическое поле волны можно считать электростатическим т.е. $E_x(x, t) = A \cos \Psi$, где $\Psi = \omega_0 t - k_0 x$, где ω_0 - несущая частота пакета, $k_0 = k(\omega_0)$ волновой вектор, A(x, t) определяет плавную лоренцовскую огибающую амплитуду.

Рассмотрим релятивистские уравнения движения для импульса **р** ускоряемого электрона [5-13] :

$$dp_x / dt = -e E_x - e v_y (H_0 + H_z) / c$$
,

(1)
$$dp_y / dt = -e E_y + e v_x (H_0 + H_z) / c$$

 $dp_z / dt = 0$, $p_z = const$,

Для удобства записей введем безразмерные переменные и параметры $\beta = v / c$ - скорость электрона, $\sigma = e E_0 / m c \omega_0$ - амплитуда волны, $\tau = \omega_0 t$, $\xi = k_0 x$ – безразмерная координата, $\gamma = 1 / (1 - \beta^2)^{1/2}$ – релятивистский фактор частицы, $u = \omega_{He} / \omega_0$, $\omega_{He} = e H_o / mc$ нерелятивистская циклотронная частота электронов, E_0 - амплитуда электрического поля в центре волнового пакета. Для частоты волны, близкой к частоте верхнего гибридного резонанса, условие $\beta_p < 1$ выполняется, для области параметра безразмерной плотности плазмы $v = (\omega_{pe} / \omega)^2 : 1 - u^2 < v < 1$, где $\omega_{pe} -$ ленгмюровская частота электронов плазмы. Захват

зарядов в режим сильного ускорения происходит в случае, когда поле волны выше некоторого критического значения т.е., для $\sigma = e E_0 / m c \omega > u \gamma_p = u / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$. Заметим, что безразмерная скорость заряда $\beta_x = \beta_p [1 - (d\Psi/d\tau)], \beta_p = \omega_0 / ck_0$, импульс электрона равен **p** = m c γ (, а показатель преломления плазмы N = c k / (связан с фазовой скоростью волны выражением (p = 1 / N.

Теперь запишем релятивистские уравнения движения для импульса ускоряемого электрона в безразмерном виде [8, 11] :

d (
$$\gamma \beta_x$$
) / d τ = - $\Lambda \cos \Psi$ - u β_v

(2) $\gamma \beta_z = \text{const} \equiv h$

 $d(\gamma \beta_y) / d\tau = u \beta_x$

d γ / d τ = - $\Lambda \beta_x \cos \Psi$

где $\Lambda = \sigma / \{ 1 + [(\tau - \Psi) / (]2 \}$ лоренцовская огибающая амплитуды волнового пакета, параметр толщины пакета (считается достаточно большим для реализации ультрарелятивистского ускорения захваченных частиц (= (0 L / c ~ ($10^4 \div 10^6$), здесь 2L характерная толщина волнового пакета. Используя (2) находим интегралы движения для ускоряемого электрона

(3)
$$J = \gamma \beta_v + u \beta_p (\Psi - \tau) = \text{const}, h = \gamma \beta_z = \text{const}.$$

Величина J определяется значениями g = $\gamma(0)$ β_y (0) и $\Psi(0)$. С учетом (3) получаем релятивистский фактор γ и компоненту скорости заряда вдоль волнового фронта β_y

(4)
$$\gamma = \{ 1 + h^{2} + [J + u \beta_{p} (\tau - \Psi)]^{2} \}^{1/2} / (1 - \beta_{x}^{2})^{1/2},$$

 $\beta_{y} = [J + u \beta_{p} (\tau - \Psi)] / \gamma.$

Анализ ускорения зарядов проводится на основе вытекающего из (2), (3) и (4) нелинейного нестационарного уравнения для фазы волны на траектории электрона

(5)
$$d^{2} \Psi/ d\tau^{2} - [\sigma (1 - \beta_{x}^{2}) / \gamma \beta_{p}] \cos \Psi - (u \beta_{y} / \gamma \beta_{p}) = 0.$$

На основе численного решения нелинейного, нестационарного уравнения (5) для фазы волнового пакета $\Psi(\tau) \equiv \Psi[x(\tau), \tau]$ на несущей частоте далее исследован захват слаборелятивистских электронов в режиме сильного серфотронного ускорения пакетом электромагнитных волн [8, 11],

Для решения (5) начальные данные берем в виде $\Psi(0) = \Psi_0$, $\Psi_\tau(0) = a$. Соответственно имеем β_x (0) = β_p (1 – a). Введем компоненты безразмерного импульса частицы $g_x = \gamma \ \beta_x$, $g_y = \gamma \ \beta_y$. Для достаточно больших времен ускорения электрона численное решение должно выходить на следующие асимптотики для компонент скорости и релятивистского фактора частицы $\gamma(\tau) \approx$ u $\beta_p \ \gamma_p \ \tau$, $\beta_x \approx \beta_p$, $\beta_y \approx 1 / \gamma_p$.

Таким образом темп ускорения постоянен и не зависит от амплитуды волны σ , определяющей асимптотику функции $\sigma < \beta_x \cos \Psi >$.

Результаты численных расчетов

В настоящей работе проведен анализ двух наборов начальных параметров. Начальная позиция частицы установлена в центре волнового пакета с $\Psi(0) = 0$, а начальная энергия электрона является слабо релятивисткой. В первом случае приняты начальные значения параметров u = 0.22; β = 0.2; h = 0.27; g = 0.28; ρ = 70000, $\Psi_0 = \Psi(0) = 0$, a = 0; σ = u γ_p = 1.65 σ_c . Оценка начального релятивистского фактора электрона дает величину $\gamma(0)$ = 1.095.

Для нахождения благоприятных начальных фаз из диапазона (– 3.1 < Ψ_0 < + 3.1), при которых происходит захват заряда в режим неограниченного ускорения волной, фиксировалась фазовая скорость волны β_p . Амплитуда волны взята выше порогового σ_c значения $\sigma \geq 1.65~\sigma_c$. Затем численными расчетами на временах τ < 70000 определялся диапазон начальных фаз, в котором имел место захват заряда в режим сильного ускорения волной. Проанализированы

семьдесят случаев начальных фаз из вышеуказанного диапазона. Полученные результаты представлены в Таблице 1, где δΨ₀ - смешение фазы волны, а τ_c - время захвата частицы.

$\delta \Psi_0$	-3.1	-3.0	-2.9	-2.8	-2.7	-2.6	-2.5	-2.4	-2.3	-2.2
τ_{c}	0	0	0	439	17958	> 70k	21488	> 70k	22310	16140
$\delta \Psi_0$	-2.1	-2.0	-1.9	-1.8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2
$\tau_{\rm c}$	> 70k	20620	5842	5853	8273	15146	3258	> 70k	6897	21844
$\delta \Psi_0$	-1.1	-1.0	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2
$ au_{c}$	8303	28598	19142	28585	20870	28422	> 70k	37243	16433	11338
$\delta \Psi_0$	-0.1	-0.05	-0.02	-0.01	0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.1
$ au_{c}$	14495	20195	30608	57267	> 70k	7492	34535	> 70k	7655	5594
$\delta \Psi_0$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
$\tau_{\rm c}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\delta \Psi_0$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1
τ_{c}	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\delta \Psi_0$	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1
$\tau_{\rm c}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Таблица 1

Анализ Таблицы 1 указывает, что в 34 случаях частица захватывается сразу (Таблица 1 клетки в темно синем цвете) и ускоряется до ультрарелятивистских энергий, в других 28 случаях захват происходит не сразу, а после некоторого периода циклотронного вращения (Таблица 1 клетки в светло синем цвете). В этих случаев время циклотронного вращения до захвата электрона находятся в интервале т = (439 ÷ 57267), но после этого частица захватывается и испытывает сильное ускорение. В 8 случаях частица не захватывается и не ускоряется. Вероятностный анализ захвата частицы на базе результатов из Таблицы 1 показывает следующее процентное распределение вероятностей захвата – в ≈ 49 % из всех случаев частица захватывается немедленно при т = 0, в ≈ 40 % наблюдается первоначальное циклотронное вращение электрона с последующим захватом и в ≈ 11 % частица не захватывается – клетки в сером цвете ($\tau > 70.10^3 = 70$ к). На основе расчетов в Таблице 1 и если объединить все случаи захвата частицы с последующим сильным резонансным ускорением получим 89 % - как приблизительную вероятность захвата слаборелятивистского электрона с начальной энергией пакетом электромагнитных волн со слаборелятивистской фазовой скоростью. Здесь необходимо отметить, что выводы сделаны при условиях $\Psi(0) = 0, \sigma \ge 1.65 \sigma_c$ и выполняется условие черенковского резонанса $\beta_x(0) = \beta_p$.

Для проведения оценки роста энергии слаборелятивистского электрона при резонансном серфотронном ускорении выберем один среднестатистический случай из Таблицы 1, каким является случай с $\Psi(0) = 1.7$. Начальное значение релятивистского фактора электрона, как указано выше, при выбранном наборе значении начальных параметров составляет $\gamma(0) = 1.095$, что соответствует приблизительной начальной энергии E ini ≈ 0.56 MeV.

Разработана аналитическая аппроксимация релятивистского фактора частицы при серфотронном ускорении, которая выражается формулой:

(6)
$$M(\tau) = \gamma(0) + u \beta \gamma_p (\tau - \tau_c)$$

где $M(\tau)$ - функция аналитического значение релятивистского фактора частицы, $\gamma(0)$ – начальное значение релятивистского фактора частицы; $u = \omega_{He} / \omega$; $\gamma_p = 1 / (1 - \beta_p^2)^{1/2}$ – релятивистский фактор волны. Подставляя значения всех параметров в (6) для τ = 0 получаем M(0) = 1.095 т.е. величина аналитической оценки совпадает с значением релятивистского фактора частицы при τ = 0 ($\gamma(0)$ = 1.095). На Рис. 1 представлен график аналитической



Рис. 1. Графики релятивистского фактора слаборелятивистского электрона у и его аналитической аппроксимации М (т) при у(0) = 1.095 и у(57000) = 2.56.10³

аппроксимации релятивистского фактора, при вышеуказанном наборе значений начальных параметров волнового пакета и частицы.

Численное решение уравнения (5) позволяет оценить τ_d – время вылета частицы из потенциальной ямы, созданной полями волны и внешним стационарным магнитным полем. В этом случае нетрудно получить точное время вылета частицы из потенциальной ямы τ_d = 56940. Для оценки точности предложенной аналитической аппроксимации в конце диапазона ускорения частицы, находим для τ = 57000 значения функции M (57000) = 2.56.10³ и γ (57000) = 2.56.10³. Ошибка в значениях между значениями обоих величин меньше 10⁻⁴, что указывает на достаточно высокую точность аналитической аппроксимации релятивистского фактора частицы в рамках интервала ускорения частицы. Значение релятивистского фактора в конце диапазона ускорения электрона, позволяет получить энергию частицы после резонансного серфотронного ускорения E_{out} = 1.31 GeV, что указывает на прирост энергии электрона 0.75 GeV.

Рассмотрим второй набор начальных значений параметров для численного решения дифференциального уравнения (5): u = 0.22; β = 0.35; h = 0.45; g = 0.5; ρ = 70000, $\Psi_0 = \Psi(0) = 0$, a = 0; σ = u γ_p = 1.65 σ_c . В этом случае увеличены значения фазовой скорости волны β_p и начальные значения компонент импульса частицы h и g. Оценка начального релятивистского фактора электрона дает величину $\gamma(0)$ = 1.287. Расчеты проводились аналогично первому случаю в диапазоне начальных фаз (– 3.1 < Ψ_0 < +3.1) и на временах т < 70000. Полученные результаты представлены в Таблице 2 (цветовой код аналогичен Таблице 1).

Анализ Таблицы 2 показал, что в 33 случаях частица захватывается сразу ($\tau_c = 0$) и ускоряется до релятивистских энергий. В других 34 случаях захват наступает не сразу, а после некоторого периода циклотронного вращения ($\tau_c > 0$) (клетки в светло синем цвете). Длительность периодов циклотронного вращения до захвата отображены в клетках и находятся в временном интервале $\tau = (457 \div 34990)$. Частица не захватывается в трех случаях (клетки в сером цвете; $\tau > 70$ к). Вероятностный анализ захвата частицы по Таблице 2 показывает что в ≈ 47 % из всех случаев частица захватывается немедленно ($\tau_c = 0$), в ≈ 49 % наблюдается

первоначальное циклотронное вращение частицы с последующим захватом ($\tau_c > 0$) и в $\approx 4 \%$ частица не захватывается ($\tau > 70$ к). Используя (6) оценим значения функции аналитической аппроксимации релятивистского фактора частицы $M(\tau)$. Начальное значение релятивистского фактора частицы $\gamma(0)$ можно получить из выражений (3) и (4). Обоих будем оценивать при $\Psi(0)$ = 1.7, по аналогии с выше проведенными оценками этих параметров. Оценки для $\tau = 0$ показывают $M(0) = \gamma(0)$ = 1.287, что соответствует начальной энергии электрона E ini ≈ 0.658 MeV.

									-	Габлица 2
$\delta \Psi_0$	-3.1	-3.0	-2.9	-2.8	-2.7	-2.6	-2.5	-2.4	-2.3	-2.2
τ _c	0	0	0	0	0	12490	4811	457	2317	> 70k
$\delta \Psi_0$	-2.1	-2.0	-1.9	-1.8	-1.7	-1.6	-1.5	-1.4	-1.3	-1.2
τ _c	> 70k	2367	16535	21511	3052	1826	8310	17760	1681	> 70k
$\delta \Psi_0$	-1.1	-1.0	-0.9	-0.8	-0.7	-0.6	-0.5	-0.4	-0.3	-0.2
τ _c	2693	6456	2146	12048	952	9371	34990	5984	6688	16923
$\delta \Psi_0$	-0.1	-0.05	-0.02	-0.01	0	0.01	0.02	0.03	0.05	0.1
τ _c	844	11444	5607	13354	5745	5727	22314	1114	8146	3282
$\delta \Psi_0$	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1.0	1.1
τ _c	2346	3917	0	0	0	0	0	0	0	0
$\delta \Psi_0$	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8	1.9	2.0	2.1
τ _c	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
$\delta \Psi_0$	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7	2.8	2.9	3.0	3.1
$\tau_{\rm c}$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0



Рис. 2. Графики релятивистского фактора частицы γ и его аналитической аппроксимации M (τ) для второго варианта начальных условий с при γ(0) = 1.29 и γ (57200) = 4.70.10³

Время вылета частицы из потенциальной ямы $\tau_d = 57200$. Значения $M(\tau)$ и $\gamma(\tau)$ конце интервала ускорения частицы для $\tau = 57200$ составляет M (57200) = γ (57200) = 4.70.10³. Отсюда можем получить энергию частицы после резонансного серфотронного ускорения $E_{out} \approx 2.40 \text{ GeV}$, что указывает на прирост энергии электрона от величины $\approx 1.75.10^3 \text{ GeV}$. Сравнение прироста энергии между двумя рассмотренными вариантами начальных условий указывает на разницу в 1 GeV.

Анализ выбранных случаев с слаборелятивистскими начальными энергиями частиц в обоих случаях показывает высокую эффективность (более трех порядков) резонансного ускорения. Настоящая работа показывает, что серфотронное ускорение частиц может быть одним из возможных механизмов генерации космических лучей [6, 7, 14,15].

Заключение

Представленное теоретическое исследование роста энергии при сильном резонансном ускорении заряженных частиц пакетом электромагнитных волн сделано на основе численного моделирования. Проведенный анализ основан на точном решении нелинейных, нестационарных, дифференциальных уравнений второго порядка для фазы волнового пакета на траектории частицы для несущей частоты.

Расчеты проведены для одного положения частицы, позиционированной в центре волнового пакета, и для двух наборов исходных параметров дифференциального уравнения.

При расчетах электроны считались слаборелятивистскими, как по фазовой скорости волнового пакета, так и по начальной энергии частицы. Результаты моделирования рассматривают начальное время захвата частиц, максимальный период ускорения, рост энергии, скорость роста энергии и релятивистского фактора частиц, которые представлены в таблицах и рисунках.

На основе результатов анализа представленных в табличном виде рассмотрена оценка вероятности захвата частиц в режим сильного резонансного ускорения. Показано, что эти вероятности немедленного захвата частицы в режим ультрарелятивистского ускорения при конкретных начальных условиях выше (47-49) %. Вероятность захвата частицы после некоторого периода циклотронного вращения аналогична, что указывает на относительно высокую вероятность захвата слаборелятивистского электрона в сильном резонансном ускорении.

Исследован рост энергии частиц при сильном серфотронном ускорения пакетом электромагнитных волн. Полученные максимальные окончательные энергии после сильного ускорения сравнены с исходными. Показано, что прирост энергии частицы в этих случаях может быть более трех порядков. Таким образом электрон с начальной энергией ниже одного MeV после сильного резонансного ускорения становится релятивистской частицей с энергией 2.4 GeV. Следовательно, ранее выдвинутая гипотеза [6, 7, 14, 15] о том, что серфотронное ускорение может быть одним из механизмов генерации космических лучей в областях гелиосферы со спокойной плазмой и межзвездном пространстве становится наиболее вероятной.

Список литературы:

- 1. Сагдеев, Р.З., Сб. Вопросы теории плазмы, М:, Атомиздат, 1964.
- 2. Сагдеев, Р.З., Шапиро В.Д. Влияние поперечного магнитного поля на затухание Ландау. Письма в ЖЭТФ. Т.17, № 7., 1973, с.с. 389-394.
- 3. Tajima, T. and J.M. Dawson Laser electron accelerator. Phys. Rev. Let. V.43, No.4, 1979, p.p. 267-270.
- 4. Katsouleas, N., J. M. Dawson. Unlimited electron acceleration in laser-driven plasma wave. Physical Review Letters, V. 51, № 5, 1983, p.p. 392-395.
- 5. Грибов, Б. Э., Р. 3. Сагдеев, В. Д. Шапиро, В. И. Шевченко. О затухании плазменных волн и ускорении резонансных электронов в поперечном магнитном поле. Письма в ЖЭТФ, т. 42, №2, 1985, с.с. 54-58.
- 6. Ерохин, Н. С., А. А. Лазарев, С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. Увлечение и ускорение заряженных частиц замедленной волной в неоднородной плазме. ДАН СССР, т. 295, № 4, 1987, с.с. 849-852.
- 7. Ерохин, Н. С., С. С. Моисеев, Р. З. Сагдеев. Релятивистский серфинг в неоднородной плазме и генерация космических лучей. Письма в Астрономический журнал, т.15, № 1, 1989, с.с.3-10.
- Ерохин, Н. С., Н. Н. Зольникова, Е. А. Кузнецов, Л. А. Михайловская. Динамика релятивистского ускорения заряженных частиц в космической плазме при серфинге на пакете электромагнитных волн. Вопросы атомной науки и техники, сер. Плазменная электроника, № 4(68), 2010, с.с. 116-120.
- 9. Erokhin, N. S., N. N., Zolnikova, R. Shkevov, L. A. Mikhailovskaya, P. Trenchev. On the charged particles surfatron acceleration in space plasmas. C.R. Acad. Bulg. Sci., 60, № 9, 2007, p.p. 967-972.

- 10. Кичигин, Г.Н. Серфотронный механизм ускорения космических лучей в галактической плазме. ЖЭТФ, т. 119, № 6, 2001, с.с. 1038-1049.
- Shkevov, R., N. S. Erokhin, L. A. Mikhailovskaya, N. N. Zolnikova. Numerical investigation of the surfatron acceleration efficiency of charged particles by wave packets in space plasma. JASTP, V. 99, 2013, p.p. 73-77.
- 12. Dieckmann, M. E., P. K. Shukla. Electron surfing acceleration by the electron two-stream instability in a weak magnetic field. Plasma Phys. Control. Fusion, V. 48, Issue 10, 2006, p.p. 1515-1530.
- Нейштадт, А. И., А. В. Артемьев, Л. М. Зеленый, Д. Л. Вайнштейн. Серфотронное ускорение в электромагнитных волнах с малой фазовой скоростью, Письма в ЖЭТФ. т. 89, вып. 9, 2009, с.с. 528-534.
- 14. Loznikov, V. M., N. S., Erokhin, L. A. Mikhailovskaya. An explanation of variable peculiarities in spectra of electrons and positrons of cosmic rays. Cosmic Research, V.51 (3), 2013, p.p. 177-188.
- 15. Loznikov, V. M., Erokhin, N. S., Zolnikova, N. N. and Mikhailovskaya, L.A. On the reason for the kink in the rigidity spectra of cosmic ray protons and helium nuclei near 230 GV. Plasma Physics Reports, V. 42 (7), 2016, p.p. 658–665,